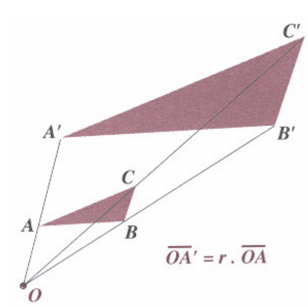
TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

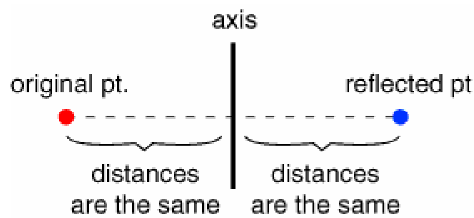
"É essencial retomar a intenção de dar às *transformações geométricas* o seu papel importante no ensino da geometria, num tratamento que tenha por ponto de partida e desenvolva as intuições que os alunos já possuem e prossiga numa via lenta de formalização ao longo de toda a escolaridade"
Eduardo Veloso, *Geometria: Temas actuais*

SEMELHANÇAS	
ISOMETRIAS são <u>transformações geométricas</u> que **conservam as distâncias**, tornam uma figura invariante, produzindo diferentes tipos de ***SIMETRIA*** (preservação da forma e configuração através de um ponto, linha ou plano) Exemplos: → Reflexões (simetrias axiais) → Translações → Reflexão deslizante (combinação de uma reflexão com uma translação) → Rotações [Meia volta (simetria central ou rotação de 180º)]	***AMPLIAÇÕES ou REDUÇÕES*** são <u>transformações geométricas</u> que **não conservam as distâncias**, com excepção para alguns subgrupos (isometrias). Exemplos de semelhanças: → Reduções, ampliações, isometrias ou produto de reduções/ampliações e isometrias. 

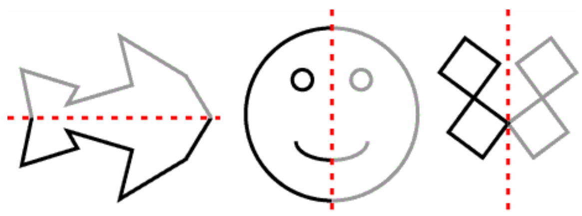
ISOMETRIAS NO PLANO

REFLEXÃO (SIMETRIAS AXIAIS)

Reflexão de um ponto

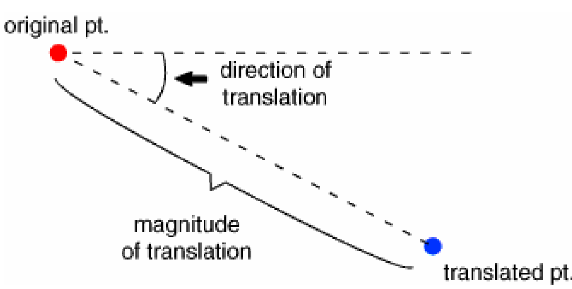


Exemplos de reflexões (simetrias axiais)



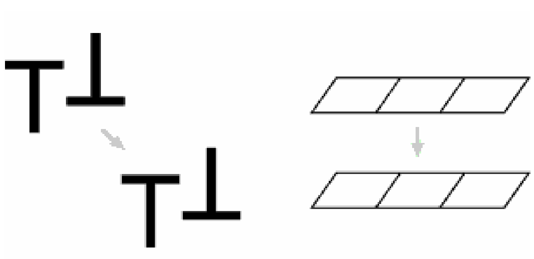
➢ Cada uma das figuras anteriores tem um eixo de simetria

TRANSLAÇÕES



Translação de um ponto segundo uma direcção e grandeza

Exemplo de translação aplicada a duas figuras



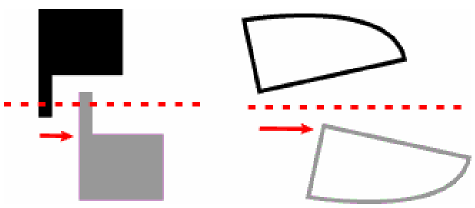
➢ Existe uma translação entre a figura original e a sua cópia.
➢ Em termos informais efectuar uma translação não é mais que copiar e mover um objecto.

REFLEXÃO DESLIZANTE

- Reflexão deslizante: combinação de uma reflexão com uma translação
- A figura que resulta da combinação de uma reflexão com uma translação é chamada reflexão deslizante.

1º reflexão depois translação

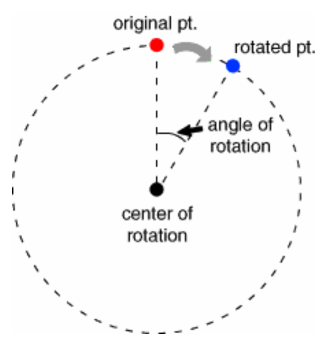
Exemplo de reflexões deslizantes



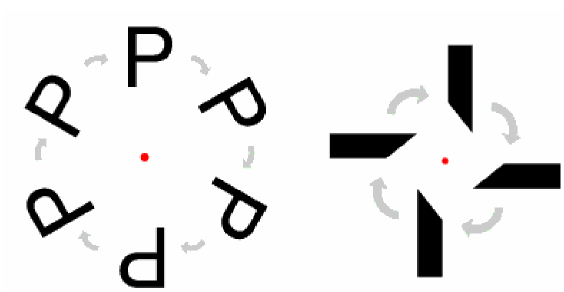
ROTAÇÕES

- Rotação: rodar uma figura em torno de um ponto chamado centro de rotação

Rotação simples de um ponto



Exemplo: O "P" foi rodado em torno do ponto vermelho 60º de cada vez enquanto que a outra figura foi rodada 90º em torno do respectivo centro de rotação



- Existe uma rotação entre a figura original e cada uma das suas cópias.

SIMETRIAS

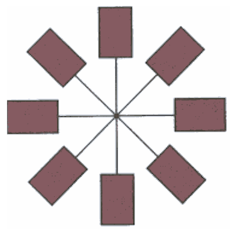


Figura 1

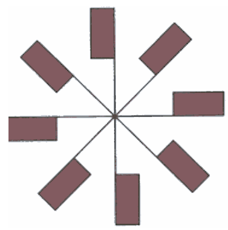


Figura 2

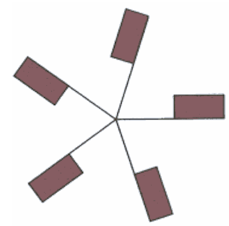


Figura 3

Das figuras apresentadas, quais são simétricas?

A figura 1 é simétrica. Existe pelo menos um eixo de simetria (neste caso existem mesmo 8 eixos de simetria). Ter um eixo de simetria, por exemplo o eixo horizontal de simetria da figura (ver figura 4), quer dizer exactamente que existe uma simetria do plano da figura – a simetria definida pelo eixo horizontal ***e*** – que deixa a figura invariante.

Existe então uma transformação geométrica, neste caso uma ***simetria axial***, que deixa a figura invariante.

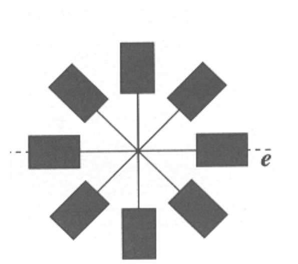


Figura 4

No caso da figura 2, também existe uma transformação geométrica que deixa a figura invariante – a ***simetria central*** (simetria em relação a um ponto, neste caso o centro da figura). Esta simetria também pode ser interpretada como uma ***rotação de 180º***, a chamada ***meia-volta***.

Em relação à figura 3 também existem transformações geométricas que a deixam invariante. Se considerarmos o centro da figura como centro de rotação, vemos que uma ***rotação*** de 72º (360º/5) deixa a figura invariante. O mesmo acontece com outras rotações, como por exemplo de 144º ou 288º.

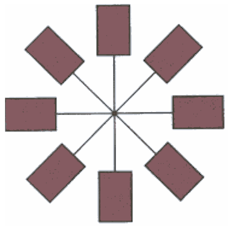


Figura 1

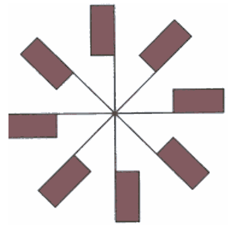


Figura 2

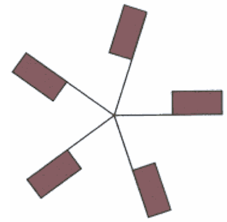


Figura 3

As figuras 1, 2 e 3, são simétricas.

Cada uma das figuras 1, 2 e 3 tem (pelo menos) uma simetria diferente da identidade. Na figura 1 pelo menos uma ***simetria axial***; na figura 2 uma ***simetria de meia-volta***; e na figura 3 pelo menos uma ***simetria de rotação***.

Mas, relativamente à figura 1, reconhece-se que existem 8 simetrias de reflexão distintas, definidas pelas rectas ***e***, ***f*** … (ver figura 5). Podemos ainda considerar a rotação de 45º em torno do centro da figura e ainda as rotações de 45º até 360º inclusive. Assim, são 16 as transformações de simetria da figura (8 rotações e 8 reflexões).

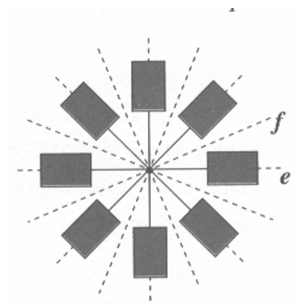


Figura 5

Analisando novamente a figura 2, vemos que não existem simetrias de reflexão, mas apenas de rotação. Há 8 simetrias que são as iterações distintas da rotação de 45º.

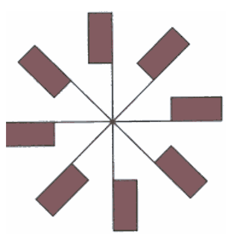


Figura 2

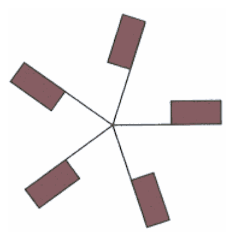


Figura 3

Também na figura 3, não existem simetrias de reflexão, mas apenas de rotação. Há 5 simetrias que podem ser gerado a partir da rotação de amplitude 72º.

As figuras 5 e 6 não possuem simetrias, ou seja, não é possível encontrar, para qualquer delas, uma transformação geométrica, que a deixe invariante.

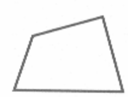


Figura 5

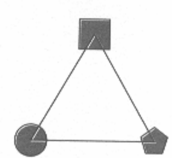
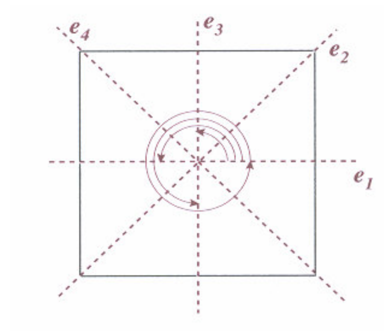


Figura 6

SIMETRIAS NOS POLÍGONOS REGULARES

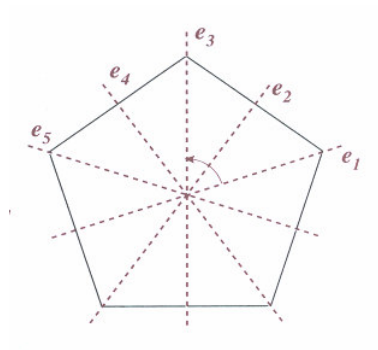
Os polígonos regulares são figuras com um elevado grau de simetria.

Quantas simetrias tem o quadrado?



- 4 ***simetrias de reflexão***: correspondentes às rectas passando por pares de vértices opostos e pelos pontos médios de pares de lados opostos
- 4 ***simetrias de rotação***: de amplitude 90º, 180º, 270º e 360º

Quantas simetrias tem o pentágono?



- 5 ***simetrias de reflexão***: relativas às rectas que passam pelos vértices e pelos pontos médios dos lados opostos
- 5 ***simetrias de rotação***: amplitudes 72º, 144º, 216º, 288º e 360º

E o losango, quantas simetrias tem?

PADRÕES e FRISOS

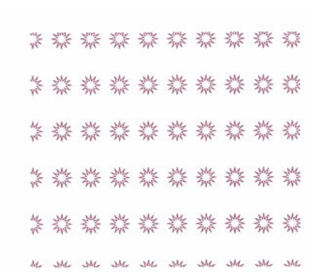


Figura 1

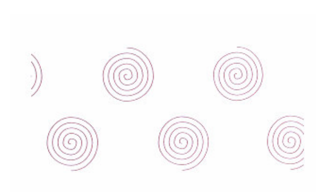


Figura 2

Em cada um dos casos existe um motivo que se repete. O padrão é formado por cópias de um motivo. A disposição desse motivo caracteriza o padrão.

Na figura 1 o padrão é formado pelo motivo: 

Na figura 2 o padrão é formado pelo motivo: 

O padrão → Finito – se o número de cópias é finito
O padrão → Infinito – se o número de cópias é infinito

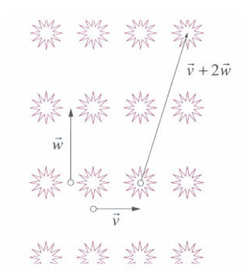


Figura 3

Um **padrão** é **periódico** se existe um *motivo do padrão* e *duas translações de simetria não paralelas* que geram o desenho (figura 3).

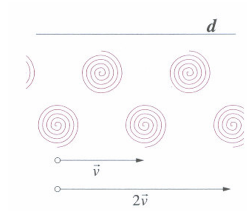


Figura 4

A figura 3 representa um padrão periódico

A figura 4 representa um padrão não periódico, ou seja, um friso

Se num padrão existem apenas *translações de simetria segundo uma única direcção,* e existe uma *translação cujo vector tem comprimento mínimo* e que deixa o desenho invariante, o **padrão** diz-se um **friso** (figura 4).

A figura 5 não é considerada um friso já que não existe uma translação com vector de módulo mínimo.

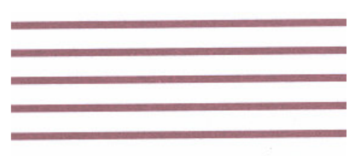
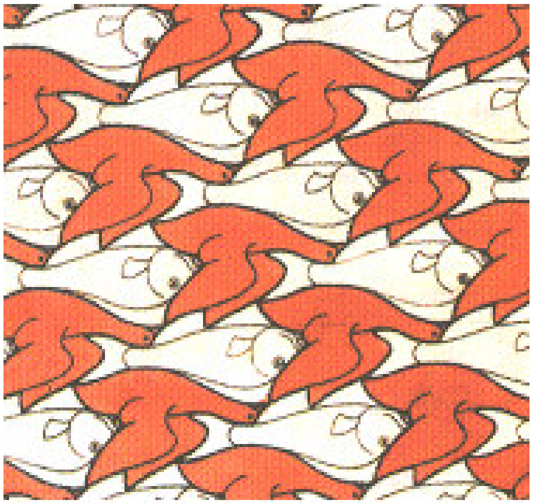
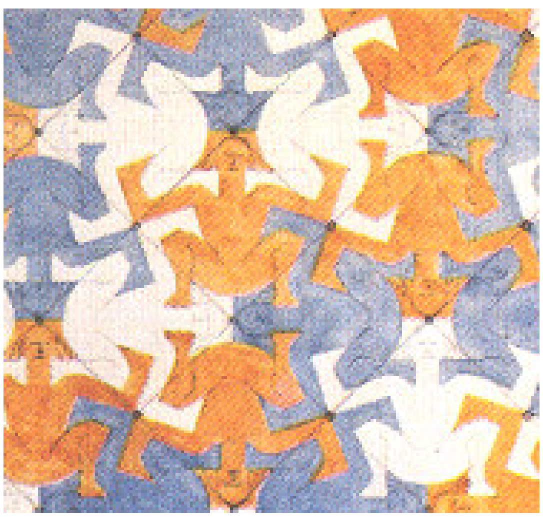
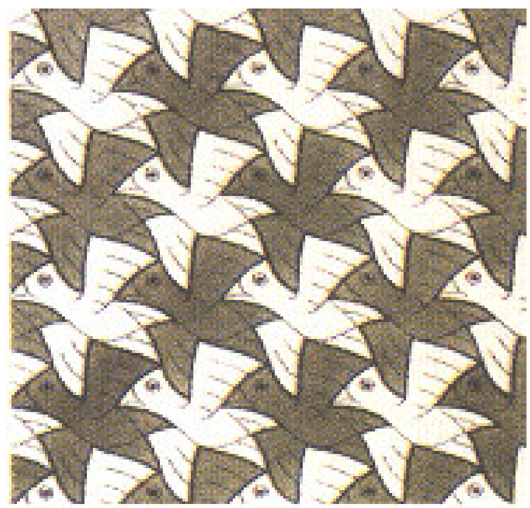


Figura 5

PAVIMENTAÇÕES



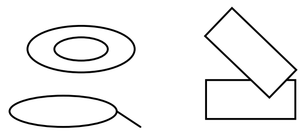



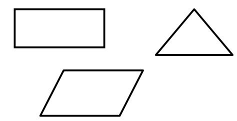
Enquanto nos padrões podemos considerar que temos um motivo e as suas cópias, sobre um fundo uniforme, nas **pavimentações** a intenção é **cobrir o plano completamente**, sem espaços intermédios nem sobreposições.

Rede

PADRÃO ⇄ PAVIMENTAÇÃO

Ladrilhos





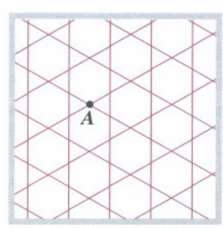
Figuras que não pavimentam — Figuras que pavimentam

PAVIMENTAÇÕES REGULARES

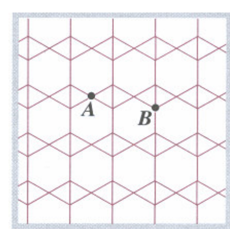
Pavimentações formadas por apenas um tipo de polígonos regulares.
As únicas possíveis são aquelas em que o ladrilho é um rectângulo, um quadrado ou um hexágono regular.

PAVIMENTAÇÕES SEMIREGULARES

Pavimentações formadas por dois ou mais tipos de polígonos regulares com o mesmo arranjo em cada vértice.



3.6.3.6.



3.3.6.6.

Estas pavimentações são ambas obtidas com hexágonos e triângulos, mas a configuração em cada vértice é diferente. Por isso têm códigos diferentes.

Para identificar uma pavimentação (código), basta contar o número de lados de cada polígono que forma cada vértice. Contornamos o vértice, começando pelo polígono com menor número de lados.

As diferentes pavimentações são devidas a:

- Diferentes polígonos
- Mesmos polígonos com diferentes disposições em torno dos vértices