O sentido da divisão e os vários tipos de problemas

Dividir - envolve a repartição equitativa dos elementos de um conjunto

(por exemplo, doces por crianças)

A divisão / distribuição é diferente da adição e da subtracção porque ela envolve estabelecer uma *relação multiplicativa* entre dois ou mais conjuntos. Em problemas aditivos parte-todo, há apenas uma relação a considerar: o tamanho do todo é a soma das partes, que não precisam de ser iguais.

As relações parte-todo estão também envolvidas em **distribuição e divisão**, mas há três elementos a considerar:

- **o tamanho do todo**;
- **o número das partes**
- **o tamanho das partes** que deve ser constante.

Por exemplo, "Com 20 doces (**o todo**) e 4 crianças para partilhá-los (**4 partes**), há 5 doces por criança (**o tamanho da parte ou *quota***)". Na distribuição, as crianças precisam de lidar com as relações entre estes três conjuntos (ou variáveis) – o número total de doces, o número de crianças e o número de doces por criança.

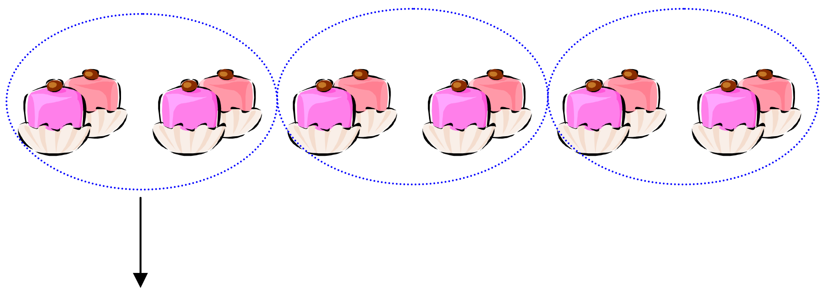
É importante o aluno compreender situações como:

- se se mantém constante o número de crianças e se aumenta o número de doces, haverá mais doces por criança;

- se se mantém constante o número de doces e se aumenta o número de crianças, haverá menos doces por criança.

Divisão = subdivisão ou partilha

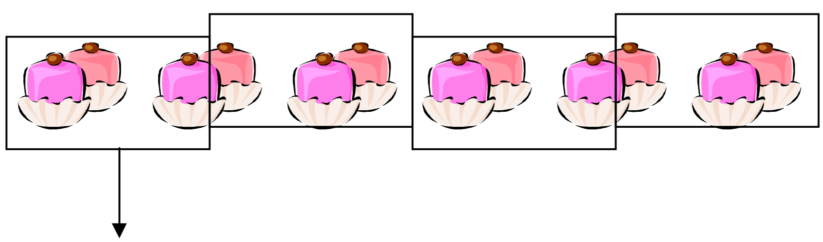
Com 12 bombons e 3 amigos distribuindo igualmente, quantos calha a cada um?



Cada amigo fica com 4 bombons

Divisão = como medida (operação inversa da multiplicação)

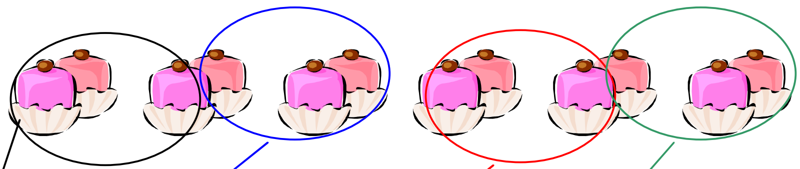
12 bombons estão guardados em caixas. Cada caixa contém 3 bombons. Quantas caixas são necessárias?



3 x 4 caixas

Divisão = como medida (repetição da subtracção)

Com 12 bombons, quantas caixas de 3 bombons se podem fazer?



12 – 3 = 9

9 – 3 = 6

6 – 3 = 3

3 - 3 = 1

Conseguem-se fazer 4 caixas

Divisão = razão

O Sr. João quer comprar uma nova televisão. Num folheto viu dois modelos que lhe interessavam. Um plasma por 1.200,00 € e uma televisão panorâmica por 300,00 €. Compara os dois preços. O que tens a dizer?”

DIVISÃO COMO PARTILHA

De acordo com Carpenter et *al.,* (1999), um dos tipos de divisão que podemos considerar é a ***divisão como partilha***, ou ***divisão partitiva***, que se refere a uma situação em que uma quantidade (o número total de objectos) é partilhada igualmente entre um dado número de receptores e pedimos para determinar quantos há para cada receptor.

Por exemplo, *"O Rui comprou um saco com 24 bombons e distribuiu-os igualmente entre si e os seus amigos Hugo, Axel e Daniel. Com quantos bombons ficou cada um?"* O objectivo é encontrar o número de objectos para cada receptor.

DIVISÃO COMO MEDIDA

Outro tipo de problemas que devem ser trabalhados, são os que têm a ver com a ***divisão como medida***, em que se dá o número total de objectos e o número de objectos em cada grupo. O número de grupos (crianças, receptores, etc.) é desconhecido.

Por exemplo, *"a Sofia comprou duas dúzias de rosas para dar aos amigos. Fez ramos de 3 rosas. A quantos amigos deu ela rosas?"* O objectivo é encontrar o número de receptores.

DIVISÃO COMO RAZÃO

A ***divisão como razão*** envolve problemas mais complexos que só posteriormente devem ser apresentados aos alunos e em contextos perceptíveis para estes.

Por exemplo, *"o pai do João ganha 1 000 € por mês e o pai do Francisco ganha 500 € também por mês. Compara os dois vencimentos. O que tens a dizer?"* Este problema não é um problema de partição ou agrupamento, porque envolve uma razão em vez do número de objectos.

Nos problemas a propor aos alunos, o mais importante não é que eles correspondam a esta ou aquela classificação, mas sim, alargar as suas oportunidades de resolverem problemas numa variedade de contextos.

O importante é, como diz Pólya (1975, 1981), que o professor proponha problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta.

Problema tipo	Multiplicação	Divisão como medida	Divisão como partilha
Grupos equivalentes	O Rui comprou 4 carteiras de cromos. Se cada uma tiver 6 cromos, com quantos cromos ele fica?	O Rui comprou várias carteiras de cromos e ficou com 24 cromos. Se cada uma tiver 6 cromos, quantas são as carteiras que o Rui comprou?	O Rui tem ao todo 24 cromos, arrumados igualmente nas 4 carteiras. Quantos são os cromos em cada carteira?
Razão	A Helena anda 3 km por hora. Quantos km percorre em 5 horas?	A Helena anda 3 km por hora. Quantas horas demora para fazer 15 km?	A Helena andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos km andou por hora?
Preço	Cada caderno custa 2 euros. Quantos custam 7 cadernos?	Cada caderno custa 2 euros. Quantos cadernos se podem comprar com 14 euros?	A Rita comprou 7 cadernos e pagou 14 euros. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um?
Comparação multiplicativa	A girafa é 3 vezes maior que o canguru. Se este tiver 2 m de altura, quanto medirá a girafa?	A girafa tem 6 metros de altura. O canguru tem 2 m. Quantas vezes é que a girafa é maior que o canguru?	A girafa tem 6 m de altura. Ela é 3 vezes maior que o canguru. Quanto mede o canguru?
Disposição rectangular	Se tivermos 3 filas cada uma com 4 crianças, quantas são as crianças ao todo?	Doze crianças estão dispostas em filas. Sabendo que são 3 filas, quantas crianças estão em cada fila?	
	Quantos mosaicos são necessários para cobrir o chão de uma sala, sabendo que o lado maior leva 12 e o menor 6?	Sabendo que o chão duma sala tem 72 mosaicos e que o lado maior tem 12, quantos mosaicos tem o lado menor?	
Produto cartesiano/ Combinatória	Se 4 rapazes e 3 raparigas estiverem a dançar, quantos pares diferentes se podem formar?	Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as raparigas?	

Adaptado de Educação e Matemática nº 75 pág. 23-25

Algoritmos da divisão

Algoritmo Americano / Inglês ou das subtracções sucessivas

Os 1721 alunos do 1° ciclo da Vila Azul vão fazer uma excursão de autocarro. Cada autocarro leva 75 meninos. Quantos autocarros são precisos?

75	1 7 2 1	
	− 7 5 0	10
	9 7 1	
	− 7 5 0	10
	2 2 1	
	− 1 5 0	2
	7 1	22

Algoritmo por estimativa

7 310	**483**	483 x 10 = 4830 ➔ é pouco
- 4 830	10	483 x 100 = 48300 ➔ é muito
2 480	+ 5	
- 2 415	**15**	483 x 5 = 2415
65		

Inicia-se o cálculo por estimativa ou aproximação multiplicando o divisor pelas potências de10. O produto que seja inferior ao dividendo (4 830) é subtraído àquele. Novamente por aproximação procura-se o número que multiplicado pelo divisor seja menor que o valor restante (2 480).

O procedimento termina quando se obtém um resto inferior ao divisor. O quociente é obtido pela soma dos números que se multiplicaram pelo divisor.

Quociente 15, resto 65

- Calcula por este processo 1721:75

Divisão Egípcia

1721 : 75

Colocam-se o dividendo e o divisor lado a lado e criam-se duas colunas. Na coluna do dividendo escreve-se 1 e na coluna do divisor repete-se o próprio divisor.

Vão-se escrevendo sucessivamente os dobros até que a soma dos números da coluna do divisor ultrapasse o valor do dividendo.

1721	75	
1	75	
2	**150**	*
4	**300**	*
8	600	
16	**1200**	*

Escolhem-se os números que adicionados igualem, ou mais se aproximem, do valor do dividendo.
Subtraem-se sucessivamente àquele. O resultado obtido é o resto.
Adicionam-se os números correspondentes da coluna do dividendo. O resultado é o quociente.

1721 – 1200 – 300 – 150 = 71 => resto
16 + 4 + 2 = 22 =>quociente

Algoritmo dominante

Trabalha-se todo o algoritmo com o dividendo e o divisor decompostos (nas respectivas ordens) e obtém-se também um quociente decomposto.

O sentido da divisão, está aqui praticamente ausente, aparecendo só ao de leve na obtenção de cada um dos algarismos do quociente.

$$\begin{array}{r|l} 1721 & 75 \\ \hline & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1721 & 75 \\ \underline{-150} & 2 \\ 221 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1721 & 75 \\ \underline{-150} & 22 \\ 221 & \\ \underline{-150} & \\ 71 & \end{array}$$

- Cada algarismo do quociente foi obtido sem qualquer sentido numérico.
- Não houve uma ideia inicial da ordem de grandeza do quociente.
- O quociente é 22 mas a resposta ao problema deverá ser 23. Porquê?

Estratégias para a resolução do algoritmo dominante

- Fazer uma análise prévia da relação entre o dividendo e o divisor,

1721 : 75

10 seria pouco para o divisor, porque 10 x 75 = 750,

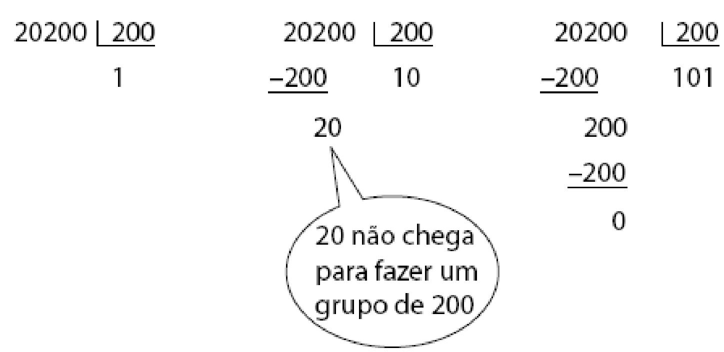
100 seria demais porque 100 x 75 = 7500.

Imediatamente se conclui que o quociente será um número entre 10 e 100, isto é, um número da ordem das dezenas, ou dito de uma maneira mais informal, um número de dois algarismos.

- Esta estratégia de avaliação prévia da ordem de grandeza do quociente pode traduzir-se na marcação de casas na posição do quociente ao iniciar o algoritmo.

- Em situações mais críticas, nomeadamente quando é preciso registar que há zero unidades de uma determinada ordem no quociente, este tipo de análise dá garantia de segurança;

20200 : 200.



Seja qual for o algoritmo que se utilize, uma estratégia de segurança é obter previamente a ordem de grandeza do quociente fazendo produtos por potências de 10 do divisor. Neste caso ter-se-ia concluído rapidamente que o quociente seria da ordem das centenas e estaria muito próximo de 100, visto que 100 x 200 = 20 000.

Uma criança que, depois de alguns anos de escola, pega num calculadora para calcular 9:3 revela sanidade mental, mas revela também que para ela os números e as operações são símbolos que nada significam.

Adaptado de Educação e Matemática nº 77 Março/Abril de 2004