

## Os tetraminós cobrem

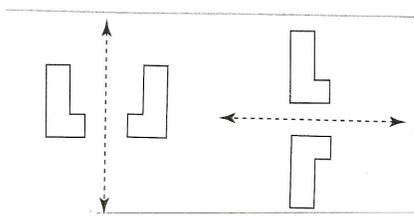
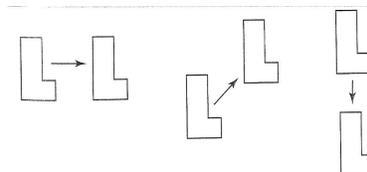
### Materiais e Equipamento

- Duas cópias do tabuleiro do jogo “Os tetraminós cobrem” para cada aluno
- Uma roleta de Tetraminós para cada par
- Lápis ou marcadores, tesouras, e clips para papel
- Um retroprojector
- Um acetato com o tabuleiro do jogo “Os tetraminós cobrem”

Alunos trabalham em pares durante todas as actividades

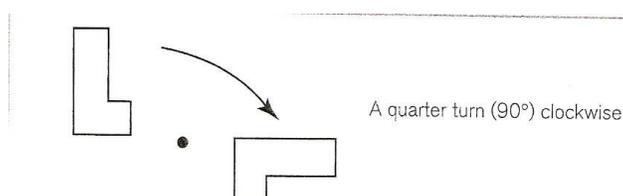
### Termos geométricas importantes

Translação: Uma *translação* ocorre quando uma figura desliza para uma nova localização sem mudar sua orientação.



Reflexão: Uma *reflexão* ocorre quando uma figura é virada de tal forma que é criada uma imagem de espelho da figura original.

Rotação: Uma *rotação* acontece quando uma figura é rodada a partir de um ponto fixo. *Rodar* é um termo informal para rotação. Veja o exemplo em figura 3.7.



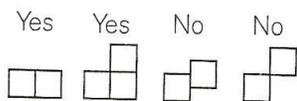
Congruentes: Um termo que descreve figuras que são do mesmo tamanho e da mesma forma.

### Objectivos

- Construir todos os possíveis arranjos de peças quatro quadrados - tetraminós
- Usar translações, reflexões e rotações para tapar completamente uma grelha de 10 X 12 com diversos conjuntos de tetraminós

## Actividade

Coloque os alunos em pares, e entregue as peças quadradas. Desafie-os a criar tantos arranjos diferentes de quatro peças quadradas quanto possível. Demonstre no retroprojector as regras para organizar as peças:



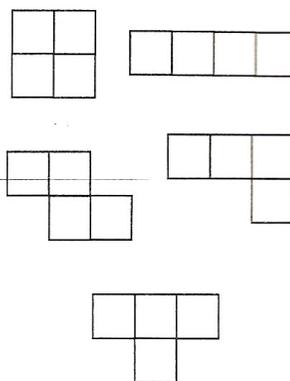
- Apenas os lados completos podem tocar-se.
- As peças devem ser colocadas umas ao lado das outras. Não é permitido empilhá-las.



Peça aos alunos que registem os vários arranjos de peças nas suas cópias da grelha do jogo e pintem com cores diferentes cada arranjo. (O tabuleiro de jogo é usado como grelha para esta parte da actividade.)

Deixe os alunos cortarem os arranjos depois de os colorir. Informe os alunos que cada arranjo diferente de quatro peças quadradas representa um tetraminó "diferente". Só existe um certo número de formas de tetraminós.

There are five unique tetrominoes:



Discuta as descobertas da turma e utilize o seguinte questionário para orientar o pensamento dos alunos:

- Têm todas as formas possíveis de tetraminós?
- Alguns tetraminós são os mesmos?
- Como podes provar isto? (rodando, virando, ou deslizando o tetraminó e colocando-os em cima de um ao outro, podemos provar que eles são o mesmo ou que são diferentes. Eles são o mesmo quando se ajustarem exactamente por cima um do outro e assim provar que eles têm o mesmo tamanho e a mesma forma.)

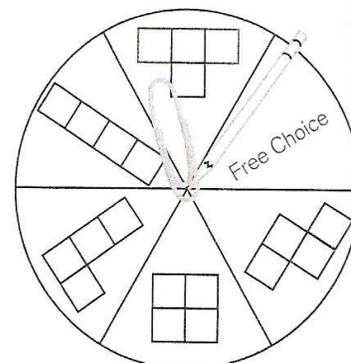
Chame alguns alunos para demonstrar no retroprojector quais as formas que são as mesmas e quais são diferentes. Deixe-os usar linguagem informal para explicarem que movimentos estão a fazer para demonstrar que duas formas são congruentes. Use os termos translação, reflexão e rotação para parafrasear o que eles dizem, e enfatize congruente como um termo matemático novo que significa ter o mesmo tamanho e a mesma forma. Demonstre a congruência quando diz, "eu posso provar que estes são congruentes "rodando" ou "eu posso provar estes são congruentes, virando".



## Exploração

O objectivo do jogo é usar os Tetraminós para tentar cobrir completamente a grelha de 10 x 12 ou ter o menor número de quadrados descobertos.

Entregue um tabuleiro de jogo a cada aluno e uma roleta de papel e um clipe para cada par de jogadores. Para fazer a roleta coloque a ponta de um lápis no centro da roleta e clipe preso de modo a estar seguro quando o girar. Usando um dedo polegar, empurre a ponta livre do clipe de modo que gire à direita ou à esquerda à volta do bico do lápis. A secção da roleta onde o clipe de papel pare é o tetraminó a ser usado para aquela vez. Um jogador cujo ponteiro caia " Escolha livre " pode jogar uma peça à sua escolha.



Exemplifique no retroprojector como se joga. O Jogador 1 gira o clipe para seleccionar uma peça de tetraminó. Esse jogador leva a peça do tetraminó seleccionada e coloca-a no cimo do tabuleiro de jogo fora da região rectangular, e então decide como quer mover a peça do tetraminó para dentro da região de jogo.

A peça tem de ser colocada tal que um lado do tetraminó ou toca os lados do tabuleiro do jogo ou, depois da 1ª jogada, toca outro tetraminó. Podem usar rotações, translações ou reflexões para colocar cada tetraminó de modo a que seja deixado descoberto o menor espaço possível. O jogador então pinta os quadrados que são cobertas pelo tetraminó seleccionado.

O jogador 2 gira a roleta para determinar qual o tetraminó a ser colocado no seu tabuleiro e procede de modo idêntico.

O jogo continua até que mais nenhum tetraminó possa ser colocado em qualquer dos tabuleiros.

Os jogadores devem então determinar as suas pontuações. A pontuação de um jogador é o número total de quadrados não cobertos. O vencedor é o jogador com a pontuação mais baixa.

Uma variante é jogar usando seis conjuntos de tetraminós e só um tabuleiro de jogo. Em vez de colorir os quadrados no jogo, os alunos podem alternadamente girar a roleta para seleccionar uma forma de tetraminó e então colocá-lo no tabuleiro. Quando todas as peças de um determinado tetraminó foram utilizadas os alunos ou giram novamente ou perdem a vez. O jogo termina quando já não há nenhum tetraminó ou nenhuma das formas restantes se ajusta à região por cobrir. O aluno que coloca o maior número de tetraminós no tabuleiro é o vencedor.

Quando todos os alunos tiverem jogado pelo menos uma vez, discuta com a turma toda algumas estratégias que eles descobriram. As perguntas seguintes podem ser usadas para guiar a discussão:

- Certas formas ajustam-se bem?
- Como decidiste onde colocar o tetraminó?
- Havia uma forma de tetraminó mais difícil de colocar do que os outros? Porquê?
- Qual a forma do tetraminó mais fácil de trabalhar? Porquê?

Estas perguntas são abertas, e as respostas dos estudantes variarão.

### Avaliação

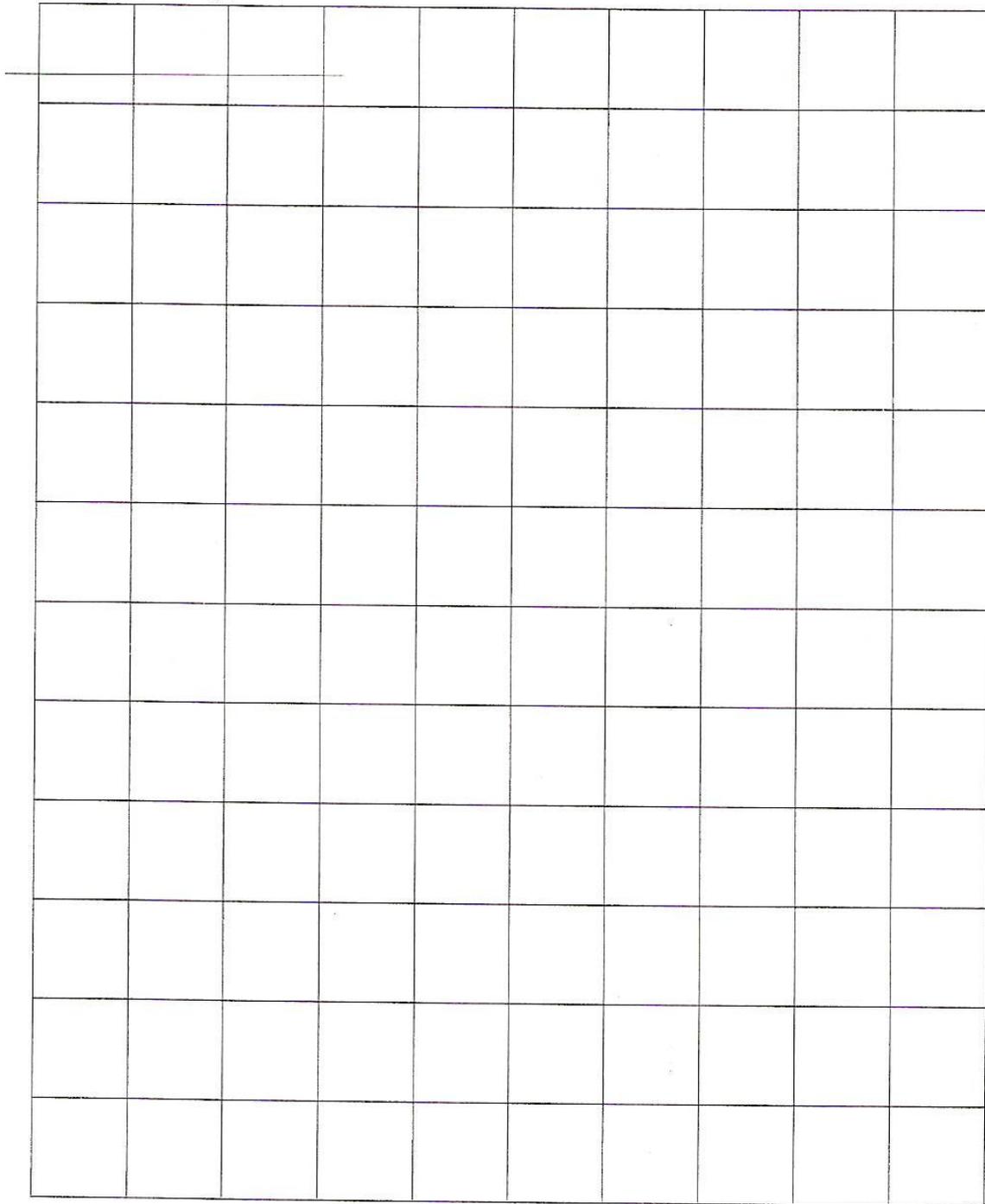
Observe os alunos à medida que eles vão jogando. Tente notar se eles pensam antes de colocarem tetraminó e que estratégias usam. De início, eles podem usar tentativa e erro; porém após um pouco de experiência com o jogo, eles devem ser encorajados a visualizar previamente e planejar o movimento antes de posicionar a peça. Para além disso pergunte aos alunos individualmente como é que estão a jogar. Algumas perguntas orientadoras incluem o seguinte:

- Onde vais colocar a peça? Porquê?
- Que movimentos tens de fazer para chegares lá?
- Em que outro lugar do tabuleiro este pedaço se ajustará?

### Extensão

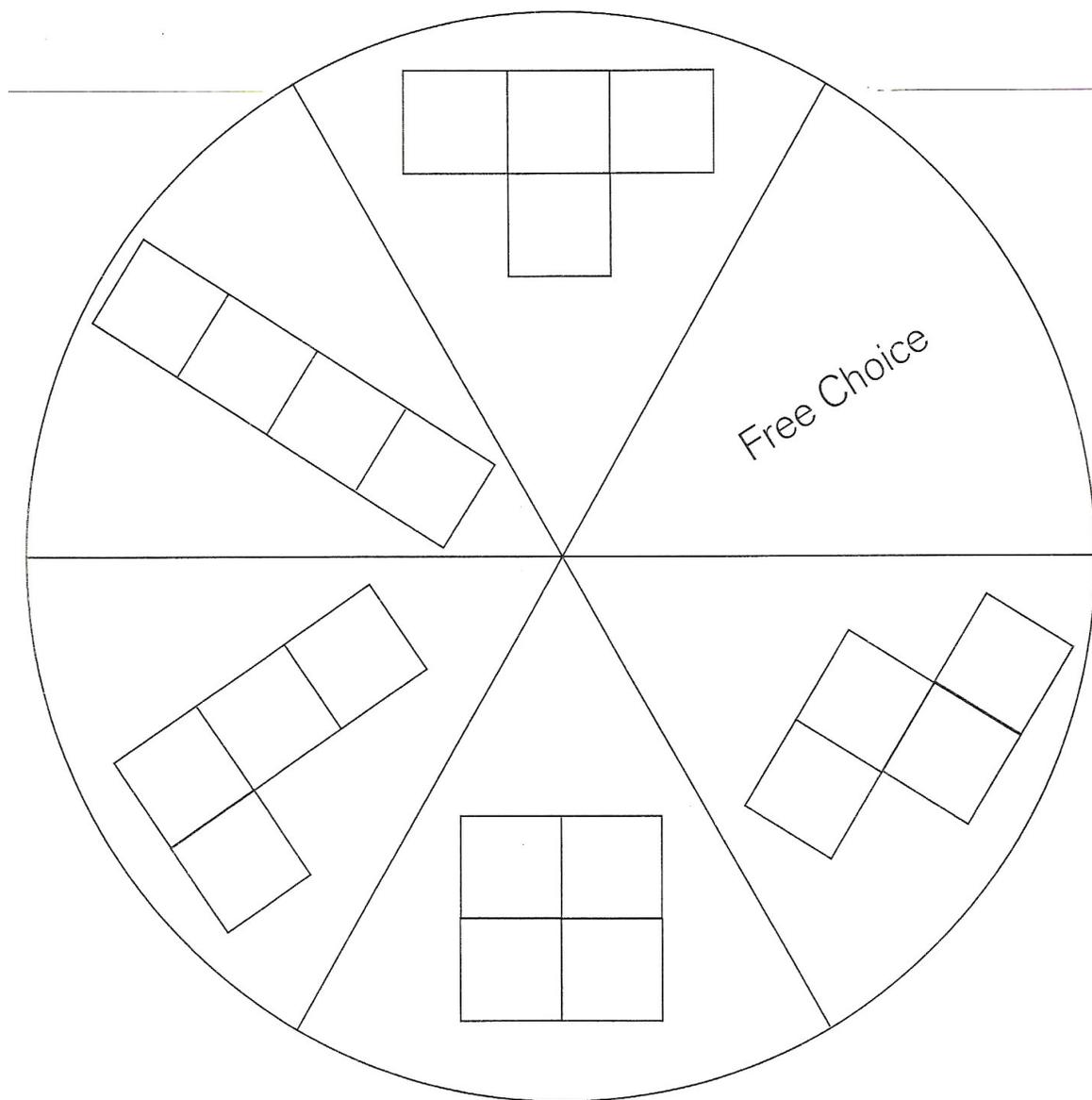
Coloque pares alunos a jogar em conjunto para preencherem um tabuleiro. Usando os termos *translação*, *reflexão*, e *rotação* eles devem indicar aos outros como mover o tetraminó seleccionados de fora do topo do tabuleiro para dentro do tabuleiro. Eles também podem explorar jogando com tabuleiros de tamanhos diferentes. Por exemplo, os alunos poderiam tentar jogar num tabuleiro de 8 x 15 ou um de 6 x 24. Deixe os alunos determinarem qual o tabuleiro de jogo mais desafiante e porquê.

## Tabuleiro do jogo “os tetraminós cobrem”



# Roleta dos tetraminós

Nome \_\_\_\_\_



## Um filme emocionante

### Objectivos

- Manipular uma figura usando as seguintes transformações básicas: translações, reflexões e rotações
- Prever a nova orientação de uma figura após uma transformação específica.

### Pré requisitos

Os alunos já devem ter tido algumas experiências com rotações, translações e reflexões de figuras e observar os resultados destas acções na orientação das figuras. Também devem estar familiarizados com os termos de posicionamento “horizontal”, vertical, e “no sentido do ponteiro do relógio”.

### Materiais e Equipamento

- Uma cópia da folha tipo “Um filme emocionante” para cada aluno
- Um retroprojector e marcadores laváveis;
- Transparências com recortes das figuras do Filme emocionante;
- Tesouras, marcadores, lápis de cor e lápis.
- Palheta de mexer café

### Ambiente de aprendizagem

Os alunos trabalham em grande grupo na parte inicial da aula e em pares na restante parte da aula.

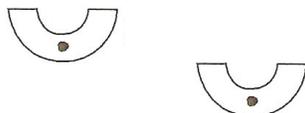
### Termos geométricas importantes

Translação, reflexão e rotação

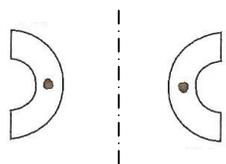
### Actividade

#### Motivação

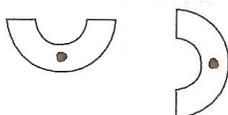
Recorte o meio círculo do “filme emocionante” e coloque-o em cima de uma transparência sobre o retroprojector. Contorne a figura usando um marcador. Faça-o deslizar para uma nova localização sobre a transparência. Discuta com os alunos a palavra para esta transformação - *translação*. Pergunte-lhes se conseguem encontrar um outro caminho ou direcção para deslizar a figura. Peça voluntários para demonstrar outras translações no retroprojector. Chame a atenção dos alunos para o facto de que a translação não altera a orientação da figura; a figura original apenas foi movimentada para uma nova localização.



De seguida exemplifique as reflexões de um modo semelhante usando a mesma figura. Use uma palhinha para representar o eixo de simetria. Chame a atenção dos alunos para a imagem simétrica que resulta da reflexão e explique que a imagem simétrica tem uma orientação inversa em relação à figura original.



Por fim exemplifique rotações com o mesmo recorte. Depois de desenhar o meio círculo fixe um ponto com a ponta de um lápis e rode o recorte um quarto de círculo no sentido dos ponteiros do relógio. Chame a atenção dos alunos que apenas um ponto foi fixo em quanto o resto da figura rodou.



Distribua uma cópia de “filme emocionante” e de uma palheta a cada aluno. Faça os alunos recortar a mesma figura da folha de actividades e identifique o centro de rotação como o “Ponto A”. Peça aos alunos que coloquem a mesma figura no canto superior esquerdo das suas mesas e com a mesma orientação.

Indique uma variedade de transformações. Assegure-se que indica quer a direcção quer a distância quando define uma translação – por exemplo, “O Simão diz: Translação da figura de 6 cm para a direita”.

Quando se refere a uma reflexão, indique o eixo de simetria – por exemplo “O Simão diz: Reflexão da figura para esquerda segundo uma linha vertical”. Os alunos podem usar a palheta como eixo de simetria.

Quando definir uma rotação faça os alunos indicar o centro de rotação bem como a direcção e o tamanho do ângulo – por exemplo “O Simão diz; Roda a figura um quarto de círculo no sentido dos ponteiros do relógio com centro no ponto A”.

### Exploração

Quando os alunos lhe pareçam à vontade com as transformações básicas coloque-os em pares e entregue uma tira do filme emocionante. Usando translações, reflexões e rotações, exemplifique como é que se pode criar uma tal fita. Primeiro demonstre como cortar e dobrar a tira de filme emocionante. Reforce que devem cortar ao longo das linhas ponteadas de modo a que metade da tira tenha abas. Estas abas podem eventualmente ser dobradas de modo a tapar as imagens na tira.

Peça aos alunos para escolherem uma das figuras da parte de baixo e recortá-la. Peça-lhes para desenharem a figura na primeira caixa (a de baixo à esquerda) do filme. Esta caixa é a única que não tem uma aba. De seguida os alunos colocam a figura na mesma orientação sobre as mesas, imediatamente abaixo da primeira caixa. De seguida faça os alunos executarem uma translação, uma reflexão ou uma rotação da figura e registam a imagem na segunda caixa. Diga aos alunos que dobrem a aba sobre esta segunda caixa de modo a esconder a figura e eles devem escrever na aba a descrição da transformação que acabaram de fazer. Partindo da orientação que agora está sobre a mesa, os alunos devem executar uma nova transformação, registar a imagem na caixa seguinte e escrever a descrição da segunda transformação na correspondente aba. Dê indicações aos alunos para continuarem com este procedimento até terem todas as caixas completas.

Nesta actividade as rotações estão limitadas a um quarto de círculo no sentido dos ponteiros do relógio. O centro de rotação foi marcado em cada figura. Os alunos podem deslizar uma figura para baixo ou para a direita. A distância que a figura pode deslizar está limitada ao comprimento ou largura da caixa. É permitida a reflexão da figura segundo um eixo horizontal ou vertical. Os alunos podem usar a palheta para representar um segmento do eixo de simetria.

Incentive os alunos a usar diversas transformações tais como duas reflexões, duas translações e uma rotação – nas suas tiras de filme. Alguns exemplos de descrições das transformações que os alunos escrevem na parte de fora da aba incluem o seguinte:

- Desliza para o lado um espaço;
- Reflecte segundo uma linha vertical para a direita;

- faz uma volta de  $\frac{1}{4}$  no sentido dos ponteiros do relógio;
- Reflete para baixo segundo uma linha horizontal;
- Desliza para baixo até ao bordo inferior da caixa.

Quando os alunos tiverem concluído as tiras de filme, faça-os trocar as tiras com os parceiros e tentarem adivinhar as figuras escondidas nessas tiras. Faça-os registarem as suas previsões na tira de soluções que encontra na folha tipo.

#### Avaliação

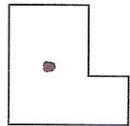
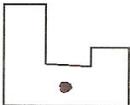
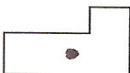
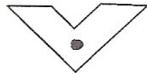
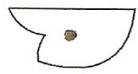
Analise o trabalho completo dos alunos para verificar que as figuras que eles desenharam coincidem com as descrições das abas.

#### Extensão

Faça os alunos trabalharem com rotações mais sofisticadas, tais como um terço, três quartos, e meio círculo. Encoraje-os a ver como rotações de meia volta e reflexões estão relacionadas. Desafie os alunos a encontrar aplicações destas transformações em situações do dia a dia. Empurrar um livro sobre uma mesa é um exemplo de uma translação. O movimento dos ponteiros do relógio é um exemplo de rotações. Um par de meias colocadas num estendal é exemplo de uma reflexão. Leve os alunos à caça de transformações durante uma semana e registe as suas descobertas no jornal da matemática da turma.

# Motion Commotion

Name \_\_\_\_\_

Cut line → "Motion Commotion" strip Fold line →				
				
				
				
				
				
		Solution strip		"Motion Commotion" figures

 **MATEMÁTICA PARA TODOS**  
*investigações na sala de aula*

## 10. Dobragens e cortes<sup>1</sup>

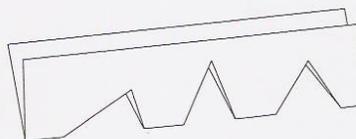


Por certo que na tua infância, na escola ou com amigos, já te entretiveste a fazer cortes em papel e a brincar com os desenhos que obtinhas.

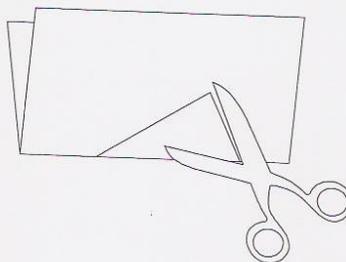
Para explorares esta actividade vais precisar de uma tesoura e de muito papel!

### A. Uma dobragem e dois cortes

1. Numa folha de papel dobrada ao meio corta triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. Pega nos pedaços de papel que obtiveste, desdobra-os e diz quais as formas geométricas que têm.



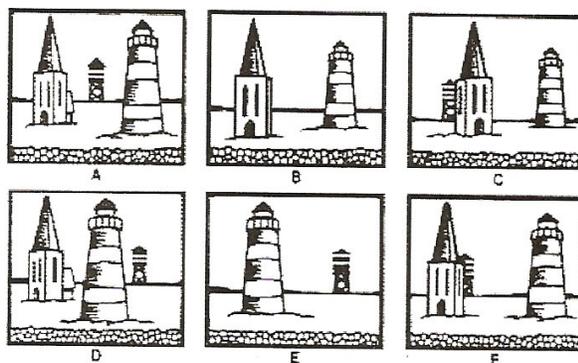
2. Com apenas dois cortes, e se quiseres obter triângulos equiláteros, isósceles ou escalenos na folha de papel, que cortes deves fazer?



Faz um esboço que mostre os cortes que fizeste e comenta as tuas descobertas.

Desafio:

Durante uma viagem a uma cidade circundada por várias rotas marítimas, foi tirada uma série de fotografias de alguns marcos característicos da região (um farol, um depósito de água e um campanário), a partir de um barco.  
 Infelizmente, as fotografias caíram e ficaram desordenadas. Consegues descobrir a ordem pela qual as fotografias foram tiradas? O mapa apresenta uma perspectiva da zona junto à margem.



Ordem das fotografias: